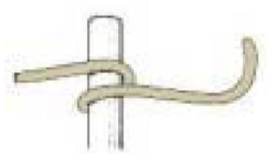
Résistance au glissement : câble sur un"cylindre"
Force de Maintien et Force de Charge au niveau d'un treuil, d'un cabestan, d'une borne d'amarrage dans un port

gm energie

Site : gm-energie.com

Expliquons pourquoi la tension en entrée est diminuée exponentiellement et permet ainsi d'arrêter une manœuvre sans danger à condition d'effectuer au moins un tour mort sur la borne d'amarrage ou de reprendre des tensions énormes sur un treuil en effectuent plusieurs tours avec les écoutes de voiles…

Phénomène aussi utilisé par les cavaliers pour ''garer'' un cheval près d'une barrière sans faire de nœud.



Hypothèses :

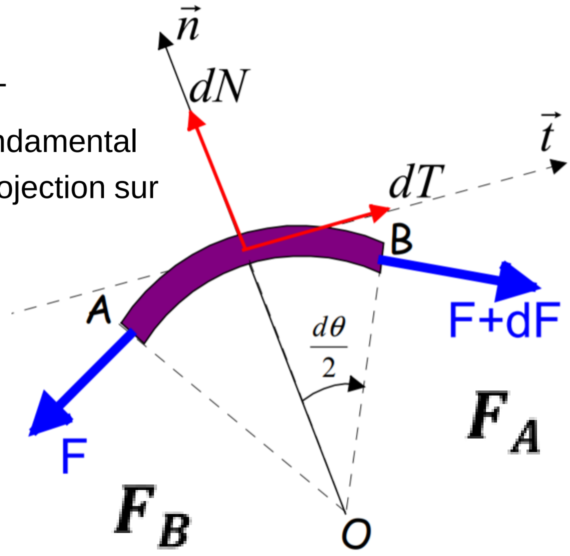
- Le câble est normal aux génératrices du cylindre (pour traiter un problème plan)
- Le câble ne présente aucune résistance à la flexion (sinon il faut tenir compte des efforts pour déformer le câble le long de la surface de contact)
- La masse du câble est négligeable (pour se ramener à un problème de statique en négligeant les quantités d'accélération devant les effort).

Isolons un petit élément de câble de longueur rdθ , il est soumis : ° à sa tension interne (effort normal) : F et F+dF

° aux efforts de frottement sur la surface : dN et dT

La figure ci-contre représente ces efforts. Le PFD (Principe Fondamental de la Dynamique) appliqué à cet élément de câble donne en projection sur la normale et la tangente:

$$\begin{cases} -\mathrm{F}\cos\dfrac{d\theta}{2} + dT + (F+dF)\cos\dfrac{d\theta}{2} = 0 \\[2ex] -\mathrm{F}\sin\dfrac{d\theta}{2} + dN - (F+dF)\sin\dfrac{d\theta}{2} = 0 \end{cases}$$



Les seconds membres sont toujours nuls car nous avons négligé la masse du câble. Compte tenu du fait que dθ est petit nous obtenons:

$$\begin{cases} (1) \quad dT + dF = 0 \\ (2) \quad -\mathrm{F}\,d\theta + dN = 0 \end{cases}$$

dFdθ est du second ordre

Nous avons 3 inconnues pour 2 équations car il reste à écrire les lois de frottement

En nous plaçant à l'instant du glissement naissant nous avons ***dT= ± fdN*** le signe de ***dT*** sera donné par le sens du glissement vers la droite ou vers la gauche (f : coefficient de frottement).

Reportons cette relation dans l'équation (1) ***dF= ± fdN***

Que nous reportons dans l'équation (2) ***fdθ= ± dF/F***

$$\int_{F_A}^{F_B} \frac{1}{F}\,dF = \int_0^{\theta} f d\theta \rightarrow \ln F_B - \ln F_A = \ln\frac{F_B}{F_A} = f\theta$$

Nous pouvons intégrer cette équation différentielle, en notant **θ** l'angle d'enroulement du câble sur la surface cylindrique, nous obtenons :

$$F_B = F_A e^{\pm f\theta}$$

avec + pour un glissement vers la gauche « vers A » (- vers la droite)

Nous trouvons bien une exponentielle de l'enroulement comme relation entre la tension d'entrée et de sortie. Ainsi pour un coefficient de frottement f de 0,3 entre le câble et la surface de contact nous aurons:

θ	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	1 tour	2 tours	3 tours	4 tours
F_A/F_B	1,6	2,57	4,1	6,6	43,4	286	**1881**

On comprend bien comment il est possible de retenir un Bateau (Navire… !) en effectuant quelques tours de cordage sur une bitte d'amarrage…