

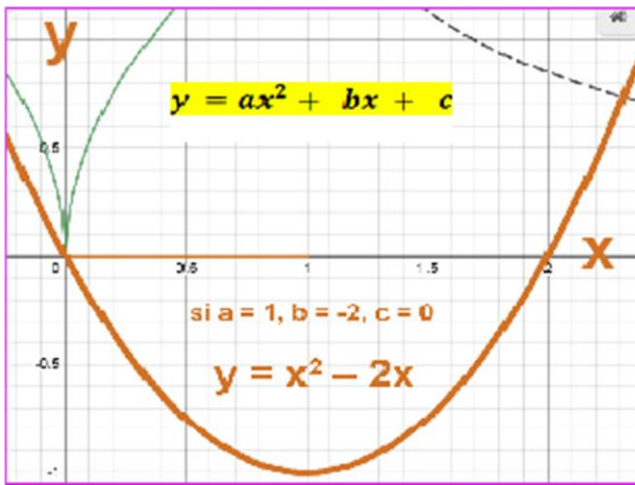
PARABOLE ET PARABOLOÏDE "CONCENTRATEUR" D'ENERGIE 1/2

Dans notre environnement un objet lancé en l'air décrit une courbe appelée parabole. Cette courbe parabolique est également obtenue lors de la découpe plane d'un cône et fait partie de la famille des coniques. De par leur forme les antennes satellites sont appelées parabole ; le volume de l'antenne est plus exactement un parabololoïde de révolution. Dans un récipient la surface d'un liquide qui tourne à vitesse constante a l'allure d'un parabololoïde.

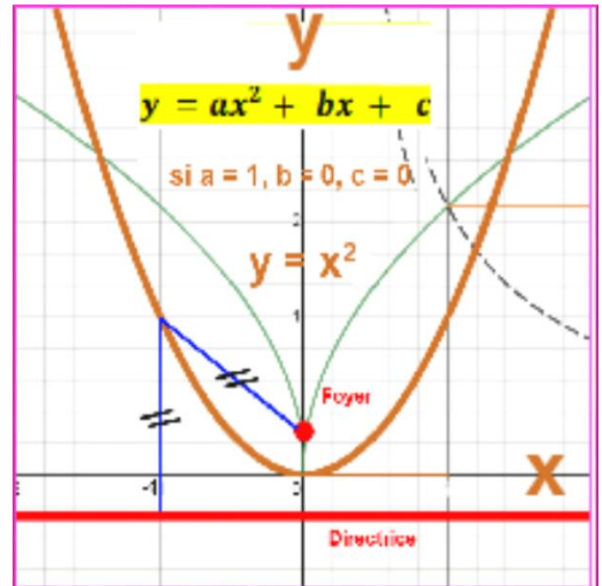


Equation de la PARABOLE $y = ax^2 + bx + c$

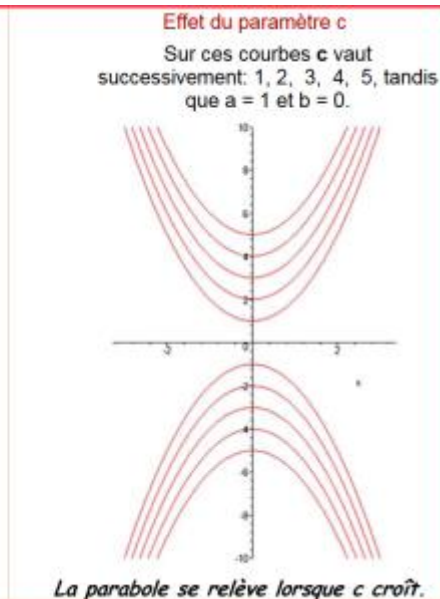
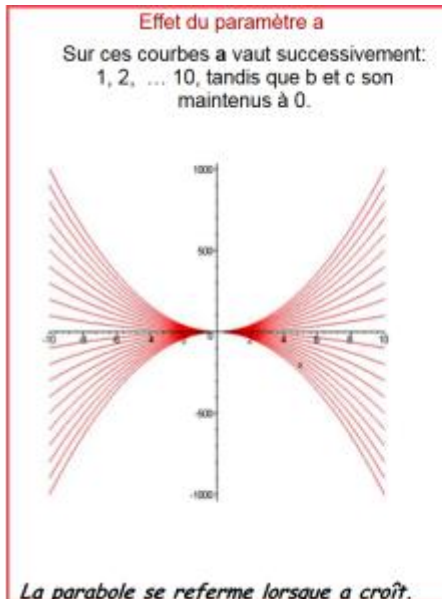
si $a = 1, b = -2, c = 0$
calcul du déterminant $\Delta b^2 - 4ac = 4$
l'équation devient : $y = x^2 - 2x$
d'où la courbe →



$1, b = 0, c = 0$
on obtient la courbe →



Influence des paramètres a et c avec $b = 0$:



Propriété fondamentale de la parabole

Définition : Une parabole est le lieu d'un point à égale distance d'un point fixe F, appelé foyer, et d'une droite fixe, appelé directrice. Le sommet est le point milieu O entre le foyer et le point E de la directrice D touchant l'axe de la parabole (axe de symétrie de la parabole).

PARABOLE ET PARABOLOÏDE "CONCENTRATEUR" D'ENERGIE 2/2

La parabole est le lieu des points tels que $PF = PH$ à égale distance d'un point F et d'une droite D.

Cas particulier: $OF = OE$

- F est le foyer
- D la directrice.
- O est le sommet
- la droite OF est l'axe (de symétrie)

Propriété de convergence au foyer

Toutes les droites parallèles à l'axe se réfléchissent sur la parabole et se concentrent sur le foyer F d'où la raison de son nom.

Application : les rayons électromagnétiques émis par les satellites se concentrent au foyer F (parabole de réception de la télévision ou paraboles des radars). On trouve aussi cette forme dans les lampes torches pour mieux concentrer les rayons lumineux.

Propriété de réflexion

Soit la tangente AB en T à la parabole.
Soit la parallèle PT à l'axe de la parabole.
Les angles alpha sont égaux:

$$\alpha = \text{APT} = \text{QTB}$$

Ce qui explique que tous les rayons verticaux se réfléchissent au foyer.

Position du foyer

Parabole d'équation $y = a x^2$ avec $a = 1$.
Son foyer est sur l'axe à l'ordonnée $a/4 = 1/4$.

Vérifions cette propriété sur cette figure à l'échelle.

- le point P est choisi sur la parabole
- avec $x = 6/4$ et $y = (6/4)^2 = 9/4$;
- le foyer F est en $(0, 1/4)$;
- la droite directrice est en $-1/4$ ($OF = OE$);
- $PH = 9/4 + 1/4 = 10/4 = 5/2$
- $PF = 5/2$ (voir calcul avec le théorème de Pythagore sur la figure).

On retrouve la propriété fondamentale de la parabole: $PF = PH$.

Démonstration

Prenons les notations suivantes : P (x, y) et f la distance focale

Exprimons les distances : $PH = PF$ $y + f = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - f)^2}$

Élévation au carré : $y^2 + 2yf + f^2 = x^2 + y^2 - 2yf + f^2$ d'où $x^2 = 4yf$

D'où l'équation de la parabole "verticale" $y = \frac{x^2}{4f}$

