



Le moment d'inertie pour un cylindre plein est :  $J = \frac{1}{2} mR^2$

L'énergie développée est :  $E = \frac{1}{2} J\omega^2$  ( $\omega$  s'exprime en radians par seconde)

**Exemple** : soit un **cylindre plein** en acier, de **1 mètre de diamètre** par **1 mètre de hauteur** (soit 10 dm de diamètre par 10 dm de hauteur) :

Masse  $m = \pi \cdot R^2 \cdot h \cdot d$  (densité) soit :  $3,1416 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 7,85 = 6165 \text{ Kg}$

(En utilisant les décimètres pour les dimensions, on a le volume en litre et directement la masse en Kg)

Et le **moment d'Inertie** est :  $J = 0,5 \cdot 6165 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 771 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$

(Le rayon en mètres afin d'obtenir directement le moment d'inertie en  $\text{Kg} \cdot \text{m}^2$ )

Soit une **vitesse tangentielle V** à la périphérie du cylindre de **1000 km/h** (inférieur à mach 1, pour éviter d'atteindre le mur du son ; la vitesse de propagation du son dépend du milieu dans lequel il se propage et de la température ; à 20°C, dans l'air, elle de 340 mètres par seconde soit 1 224 km/h)

Calculons la **vitesse angulaire**  $\omega = V/R$  : 1000 km/h = 277,78 m/s soit **555,56 rd/s** (pour un cylindre d'1 mètre de diamètre - ce qui correspond à 5.315 tr/min)

D'où l'**énergie développée** :

$$E = \frac{1}{2} J\omega^2 = 0,5 \cdot 771 \cdot 555^2 = 119106 \text{ KJ} = 33 \text{ kWh}$$

Soit une **densité énergétique** de  $d = E/m = 33\ 000/6\ 165 = 5,35 \text{ Wh/Kg}$

Ce calcul est valable pour un cylindre plein, mais il est avantageux d'évider l'intérieur, puisque la masse au centre n'est pas très utile ; avec un cylindre d'1 mètre de diamètre extérieur et 0,7 mètre intérieur, on obtient une densité énergétique de 7.98 Wh/Kg à même vitesse de rotation.

Effet centrifuge supportée par le volant : **contrainte  $\sigma$  de traction tangentielle** du volant (contrainte dans l'anneau en rotation) :  $\sigma = \rho r^2 \omega^2$  (formule) ou  $\sigma/\rho = r^2 \omega^2 = V^2$

Il faut comparer les valeurs avec la résistance  $\sigma_{\text{max}}$  (contrainte maximale admissible du matériau, en l'occurrence, ici, celle de l'acier)

Il en résulte que la **vitesse tangentielle maximum  $V_{\text{max}}$**  en fonction de la contrainte admissible est égale à :

$$\sigma_{\text{max}} = \rho \cdot V_{\text{max}}^2 / 10^6 \quad \text{d'où } V_{\text{max}} = (\sigma_{\text{max}} / \rho \cdot 10^6)^{1/2}$$

avec  $\sigma_{\text{max}}$  = contrainte tangentielle en  $\text{kg/mm}^2 = 15 \text{ Kg/mm}^2 = 15 \cdot 10^6 \text{ Kg/m}^2$  (pour l'acier fondu) et  $\rho$  = densité en  $\text{kg}$  (masse) par  $\text{m}^3 = 798 \text{ Kg/m}^3$

$$V_{\text{max}} = \text{vitesse tangentielle en m/sec} = 137 \text{ m/s}$$

On est à la **moitié de la vitesse tangentielle des 277,78 m/sec (1000 Km/h)** d'hypothèse

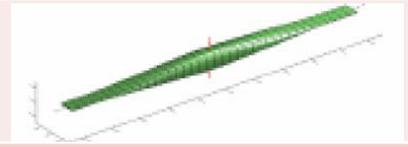
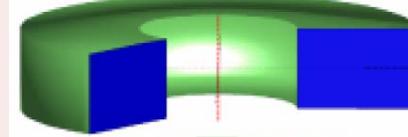
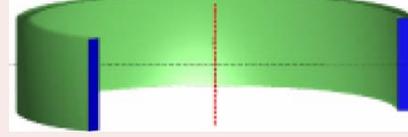
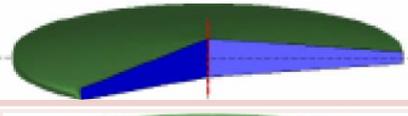
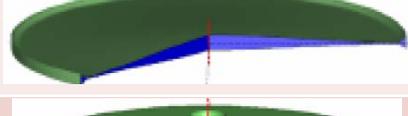
A cette vitesse tangentielle, il faudrait un acier dont la contrainte maxi "raisonnable" serait de:

$$\sigma = 795 \cdot 277,78^2 / 1\,000\,000 = 61,343 \text{ kg/mm}^2 \quad !!!$$

L'augmentation de l'énergie cinétique stockée nécessite donc à la fois de disposer d'un moment d'inertie élevé et d'une vitesse de rotation  $\omega$  importante. Cependant, en se limitant au volant, ce n'est pas la vitesse de rotation qui présente une limite mais la vitesse périphérique  $V = r \omega$  où  $r$  est le rayon du volant. Ainsi, l'énergie stockée dépend directement de la vitesse maximale périphérique  $V_{\max}$  admise par les parties tournantes compte tenu de leur résistance mécanique à la traction en limite élastique ( $\sigma_{\max}$ ), de leur masse volumique ( $\rho$ ) et de leur forme. Pour ce dernier paramètre, on définit un **coefficient de vitesse  $k_v$** , lié au coefficient de concentration de contraintes dans le volant et dépendant donc directement de sa géométrie.

$$V_{\max} = k_v [\sigma_{\max} / \rho]^{1/2}$$

**Le stockage inertiel représente une bonne alternative aux autres types de stockage d'énergie électrique malgré des Performances massives et volumiques intrinsèques modestes à condition d'utiliser des matériaux à haute performances, un guidage robuste et peu Consommateur d'énergie, un vide maîtrisé, des coûts de mise en œuvre raisonnables. Sachant qu'une solution idéale unique de stockage n'existe pas, la combinaison de plusieurs moyens de stockage représente souvent la meilleure garantie d'un Dimensionnement optimal d'une installation électrique.**

Type Volant	Forme du Volant et de sa Section	$k_m$	$k_g$	$k_v$
Barre section carrée de côté le dixième de la demi-longueur		0,88	0,02	1,4
Barre exponentielle section carrée sur l'axe		0,49	0,010	2,0
Cylindre plein		0,61	0,61	1,00
Cylindre creux rayon intérieur / rayon extérieur : 0,4 ou 0,02 (utilisé comme référence pour les matériaux composites)		0,84	0,28	1,1
		0,47	0,07	1
Cône tronqué		0,8	0,86	2
Exponentielle modifiée		0,9	0,88	2,8
Tri-hyperbole creuse		0,65	0,1	2
Roue à rayon		0,85	0,2	1